

Simetrije u prirodi

Projekt matematike i biologije

Mateja Jurjako, Cres

Valentina Bartol Bojić, Mali Lošinj



U Osnovnoj školi Frane Petrića u Cresu često putem projekata integriramo nastavu matematike, biologije i kemije. Ideja projekta „Simetrije u prirodi“ nastala je iz želje da učenicima približimo STEM područje kroz sadržaje koji proširuju znanja iz predmeta biologija i matematika kako bi uvidjeli različite primjene u svakodnevnom životu. Kroz niz radionica učenici su povezali simetrije u nastavi matematike i biologije. Istraživanje su provodili učenici sedmog razreda u sklopu dodatne nastave matematike i izvannastavne aktivnosti Ekogrupe kroz šk. god. 2022./2023. pod mentorstvom njihovih učiteljica matematike i biologije.

Ključne riječi: simetrija, matematičke konstrukcije, kompozicija preslikavanja u ravnini, morfologija biljnog i životinjskog svijeta

Učenici su dobili zadatak da istraže postoji li određena matematička pravilnost u biljnom i životinjskom svijetu. Istraživački problemi koji su zaokupili naše učenike bili su: Što privlači ljudski pogled ka prirodi? Prati li raspored organa u biljnom i životinjskom svijetu matematičke pravilnosti? Koje su to pravilnosti? Kako takav raspored utječe na preživljavanje organizama?.

Kroz rad u skupini i rad u paru različitim aktivnostima rješavali su istraživački problem, jačali su timski duh i uvažavali tuđa mišljenja. Koristili su mikroskop, matematičke konstrukcije, računalnu tehnologiju i origami kako bi opažali i opisali prikupljene uzorke biljaka, morskih organizama i drugih životinja.

Što je simetrija?

U svakodnevnom životu riječ simetrija predstavlja pojam o ljepoti, skladu, ravnoteži. Simetriju obično povezujemo s preklapanjem lijeve i desne strane objekta.

U Hrvatskoj enciklopediji (enciklopedija.hr) piše:

simetrija (razmjer, sklad, mjera).

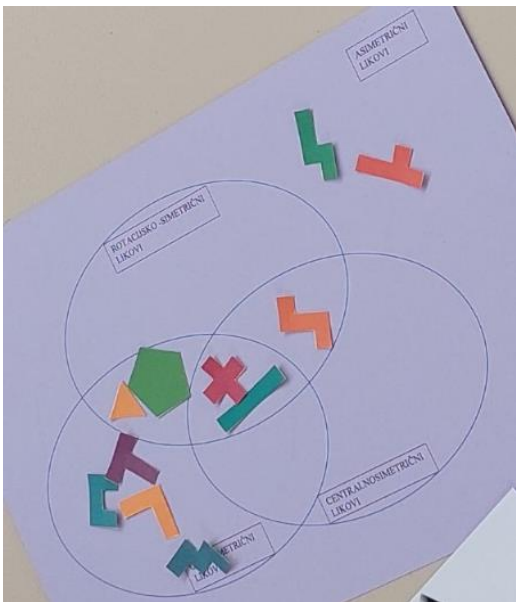
1. U širem smislu, razmjernost (proporcionalnost) elemenata neke cjeline u veličini, obliku, intenzitetu, vrijednosti ili kakvu drugom obilježju; sukladnost, skladnost. Suprotno: *asimetrija*.
2. U geometriji, preslikavanje euklidskoga prostora, na sebe, pri kojem sve udaljenosti ostaju sačuvane.
3. U matematici, svojstvo matematičkoga izraza, sustava, geometrijskoga lika ili tijela da se ne mijenja kada se na njega primijeni neki postupak ili operacija. Primjerice, parna funkcija $f(x) = f(-x)$ simetrična je s obzirom na os y , a neparna funkcija $-f(x) = f(-x)$ simetrična je na zakretanje koordinatnoga sustava za 180° oko ishodišta.

Prepoznaj simetriju

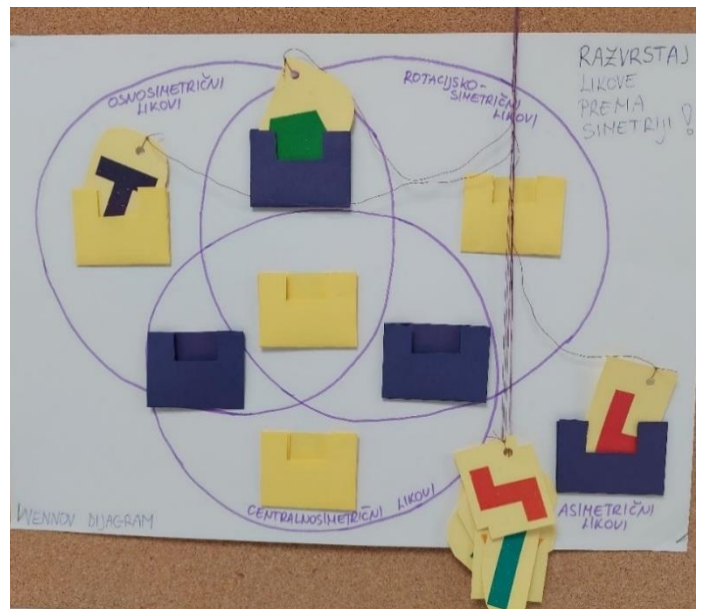
U uvodnoj radionici naglasak je bio na usvajanju pojmova osna simetrija, centralna simetrija, rotacijska simetrija, asimetrija. Zajedno smo ponovili obilježja osnosimetričnih i centralnosimetričnih likova koja se uče u 5. razredu. Učenici su kroz primjere naučili da rotacijsku simetriju ima lik koji se može zavrtiti oko centra za neki kut tako da se preslika sam u sebe.

Središnji zadatak bio je pravilno razvrstati likove u Vennov dijagram prema vrstama simetrije. Učenici su dobili mnogokute izrezane od kartona te podlogu s dijagramom. Radeći u parovima najprije su trebali razvrstati simetrične i asimetrične likove, a potom simetričnima odrediti vrstu simetrije (osnu simetriju, centralnu simetriju ili rotacijsku simetriju). Najzahtjevniji dio zadatka je bio uočiti likove s više simetrija i pravilno ih razvrstati u dijagram (slika 1). Parovi su uspoređivali svoja rješenja i objašnjavali jedni drugima svoje odgovore ukoliko su se oni razlikovali te su na taj način utvrđivali svoje znanje.

Na završetku cijelog projekta za pano smo izradili interaktivnu slagalicu s džepićima u koje su učenici mogli razvrstavati mnogokute koji vise na koncu (slika 2.).



Slika 1. Razvrstavanje likova prema simetrijama

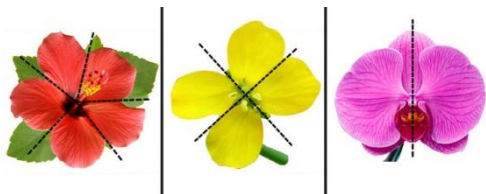


Slika 2. Slagalica simetrija prilagođena za pano

Cvjetna simetrija – mehanizam preživljavanja

Sljedeća radionica je uključivala rad na živom materijalu. Učiteljica biologije je učenicima dodijelila uzorke biljaka poput ivančice, sjekirice, mlječiike, violice, orhideje i dr. Učenici su ih pokušali razvrstati prema simetrijama (slika 4). Pritom su naučili nove pojmove koji se koriste u biologiji.

- AKTINOMORFNI CVIJET ima radijalnu (rotacijsku) simetriju.
- ZIGOMORFNI CVIJET ima jednu os simetrije.
- DISIMETRIČNI CVIJET ima dvije osi simetrije.
- ASIMETRIČNI CVIJET nema osi simetrije.

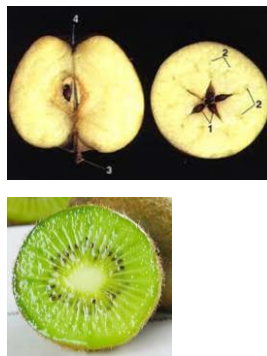


Slika 3. Vrste cvjetnih simetrija

Učenici su utvrdili da većina biljaka ima aktinomorfnu simetriju cvijeta, odnosno rotacijsku simetriju. Zigomorfni cvjetovi poput orhideja imaju jednu os simetrije. Tijekom radionice naučili su da oblik cvijeta utječe na reprodukciju pa tako biljke sa zigomorfnim cvjetovima imaju manji broj vrsta oprašivača u odnosu na one s aktinomorfnim cvjetovima te imaju veći rizik od izumiranja. Aktinomorfni cvjetovi svojom simetrijom i bojom privlače velik broj oprašivača.



Slika 4. Razvrstavanje cvjetnih simetrija na živom materijalu.

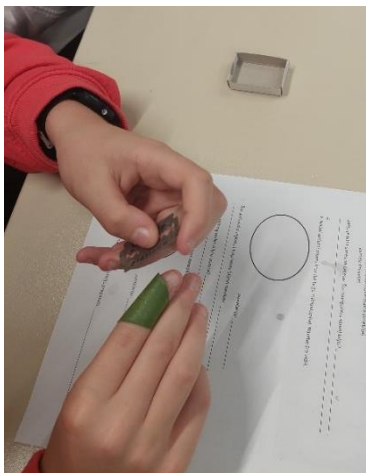


Slika 5. Radijalna simetrija može se pronaći u presjeku plodova.

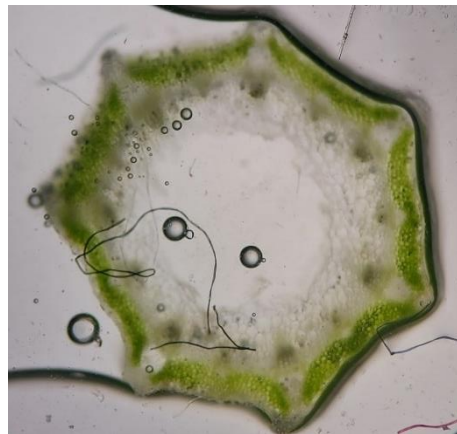
Jesu li biljne stanice simetrične?

Učenike je zanimalo postoji li simetrija na staničnoj razini. Za ovu aktivnost bio je potreban mikroskop, pribor za mikroskopiranje i uzorak. Pomoću mikroskopa su analizirali presjek kroz list sobne lipe i poprečni presjek kroz njenu stabljiku (slika 7.). Na taj način su primjenjivali znanja iz mikroskopiranja za proučavanje stanica (ishod BIO OŠ A.7.1.)

Uočili su da je simetrija kod biljnih stanica približna. U odnosu na životinjsku stanicu, možemo reći da biljna stanica ima pravilan oblik koji nastaje zbog postojanja organela stanične stijenke.



Slika 6. Uzimanje uzorka za mikroskopiranje



Slika 7. Presjek kroz stabljiku pod mikroskopom.

Simetrije kod životinja

Učenici su također raspravljali kako simetrija životinja utječe na njihov život. Za ovu aktivnost iskoristili smo materijale iz školske zbirke ljuštura morskih organizama poput zvjezdača, zmijača, rakova, puževa, ježinaca i školjkaša. Učenici su ih razvrstavali prema simetriji. Ova aktivnost je pridonijela usvajanju ishoda BIO OŠ B.7.3. *Stavlja u odnos prilagodbe živih bića i životne uvjete.*

Zrakastu simetriju imaju organizami koji nemaju lijevu i desnu stranu veće se kroz njihovo tijelo može provući više ravnina simetrije. Životinje s radijalnom simetrijom, poput meduza i morskih zvijezda, nemaju središnji živčani sustav i umjesto toga imaju senzorne strukture koje su razbacane po njihovim tijelima. To je korisno jer organizmi mogu regenerirati sve izgubljene dijelove tijela. Zrakasta simetrija omogućava kretanje u svim smjerovima.

Dvobočna simetrija (zrcalna simetrija) karakteristika je organizama koji imaju lijevu i desnu stranu koje su zrcalne slike jedna druge. Dvobočna simetrija tijela životinjama osigurava veću pokretljivost.



Slika 8. Vrste simetrija kod životinja



Slika 9. Razvrstavanje morskih organizama prema simetriji.

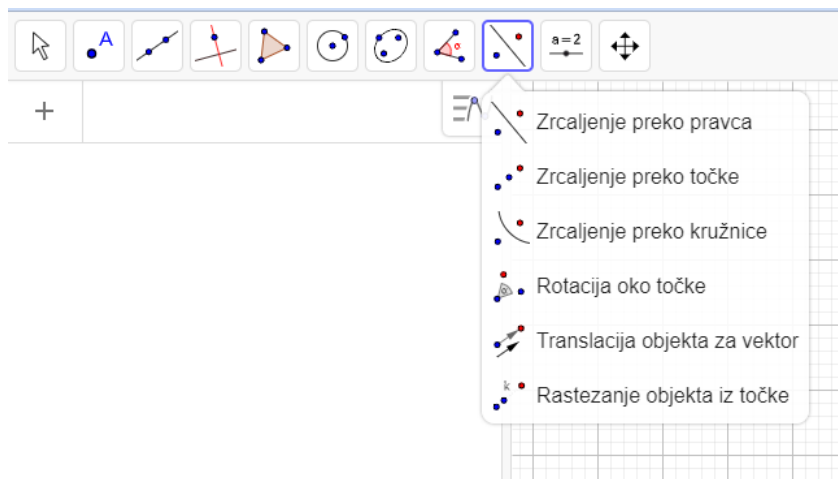
Modeliranje uzoraka iz prirode pomoću GeoGebre

Simetrije u biologiji i matematici povezali smo pomoću GeoGebre. Naši sedmaši su već kroz redovnu nastavu naučili koristiti osnovne alate u GeoGebri, a tijekom ove aktivnosti su detaljnije upoznali neke nove. Njihov zadatak je bio da pomoću mnogokuta nacrtaju različite biljke koristeći alate za preslikavanja (slika 11.). Na taj način učenici su primjenjivali kompoziciju preslikavanja u ravnini, a ova aktivnost je pridonijela usvajanju ishoda MAT OŠ C.7.1. *Crta i konstruira mnogokute i koristi se njima pri stvaranju složenijih geometrijskih likova* na zabavan način.

Uzorke biljaka je prikupila učiteljica biologije. Učenici su u grupi analizirali njihov izgled i simetrije. Dali su ideje kako ih nacrtati u GeoGebri, a uz pomoć učiteljice matematike došli su do zaključaka koje alate za preslikavanja će koristiti.



Slika 10. Modeliranje uzoraka pomoću GeoGebre



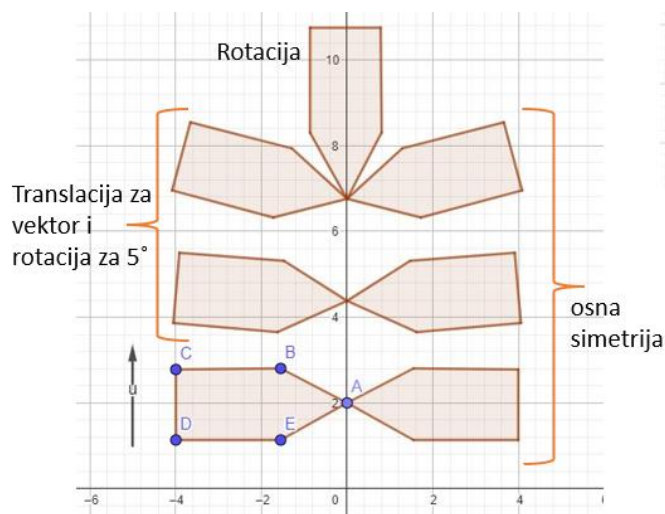
Slika 11. Alati za preslikavanja u GeoGebri.

Uzorak 1: Sjekirica

Učenici su nacrtali list biljke Sjekirice pomoću nepravilnog peterokuta ABCDE (Slika 13.). Peterokut su uzastopce translirali za vektor \vec{u} te rotirali za 5° u odnosu na prethodni lik oko slike točke A. Listove pri vrhu su rotirali u smjeru kazaljke na satu. Desnu stranu su dobili osnom simetrijom obzirom na os y. Pomicanjem početnih točaka uočavali su kako se cijela slika simetrično mijenja.



Slika 12. Sjekirica



Slika 13. Model Sjekirice u GeoGebri

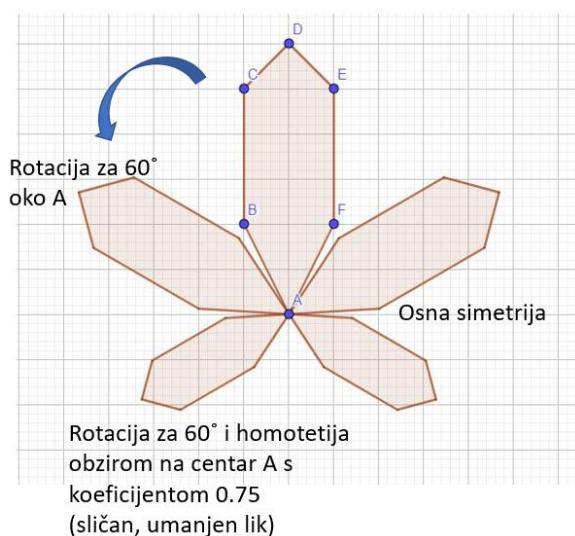
Uzorak 2: Petoprst

Petoprst ima listiće koji su umanjene verzije najvećeg lista. Možemo ih modelirati pomoću sličnih likova. Za to su učenici koristili naredbu *Rastezanje objekta iz točke* te tom prilikom usvojili pojmom *homotetije*, preslikavanja u matematici koje mijenja veličinu lika. Sve homotetije imaju središte i koeficijent homotetije koji određuje koliko puta će se lik povećati ili smanjiti.

Učenici su krenuli od šesterokuta ABCDEF (slika 15.). Uzastopce su primjenjivali rotaciju oko vrha A za 60° . Na donji lik su dodatno primijenili homotetiju oko točke A s koeficijentom 0.75 kako bi se lik smanjio. Ukoliko je koeficijent veći od 1 lik će se povećati. Desnu stranu dobili su osnom simetrijom oko pravca AD.



Slika 14. Petoprst



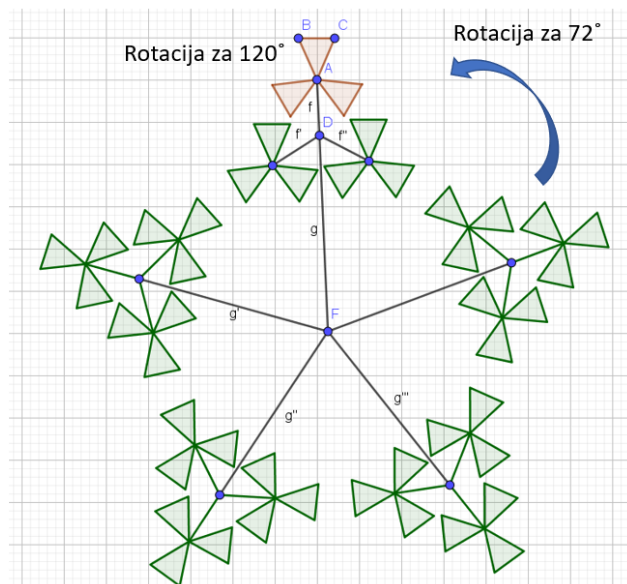
Slika 15. Model Petoprsta u GeoGebri

Uzorak 3: Mlječika

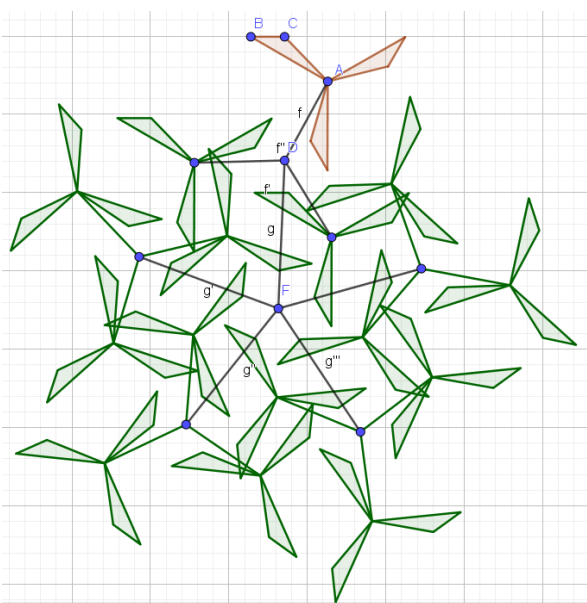
Mlječika je zanimljiva jer kombinira rotacijsku simetriju za 72° i 120° . Učenici su nacrtali trokut ABC (slika 17.). Dvaput su ga rotirali za 120° oko centra A. Potom su cijelu grupu od 3 trokuta s dužinom \overline{AD} dvaput rotirali za 120° oko centra D na slici. Novodobivenu grupu zajedno s dužinom \overline{DF} rotirali su još 4 puta za 72° oko centra F.



Slika 16. Mlječika



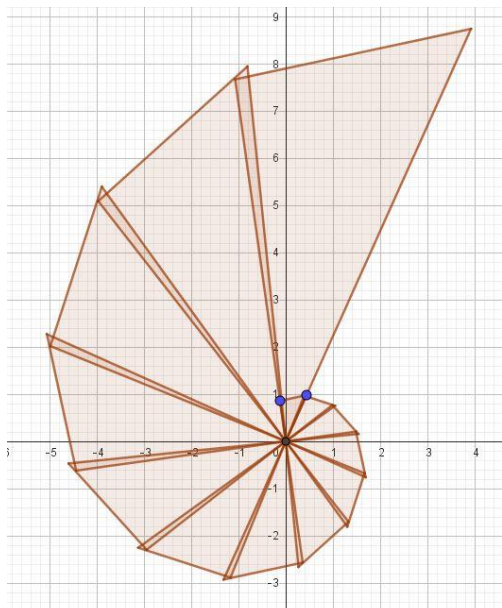
Slika 17. Model Mlječike u GeoGebri



Slika 18. Pomicanjem točaka A, B, C, D ili F dobiva se čitav niz raznovrsnih uzoraka i „ples“ trokuta.

Uzorak 4: Puževa kućica

Početni trokut (slika 19.) učenici su uzastopce rotirali za 30° u smjeru kazaljke na satu te primijenjivali homotetiju s koeficijentom 1.2 čime se trokut postupno povećavao.



Slika 19. Model puževe kućice u Geogebri.

Origami

Posebnu aktivnost koja se može povezati s ovom temom odradili su učenici 6. razreda koji pohađaju dodatnu nastavu matematike. Oni su u grupama izrađivali cvijeće pomoću modularnog origamija. Svaki učenik u grupi je izradio nekoliko jednostavnih modula prema uputama koje smo pronašli na internetu, a potom su ih trebali spojiti u cvijet. Izrađeni cvjetovi su imali 5, 6, 7 i 8 latica te rotacijsku simetriju.



Slika 20. Origami radionica



Slika 21. Modeli s rotacijskom simetrijom

Kroz projekt učenici su došli do sljedećih zaključaka:

- Simetrija u prirodi je uvijek približna.
- Simetrija određuje pokretljivost organizama i šanse za preživljavanje.
- Životinje su razvile organe u simetričnom odnosu kako bi se prilagodile staništu.
- U biljnom svijetu simetrija omogućava veću opskrbu kisikom, hranjivim tvarima i bolju iskoristivost sunčeve svjetlosti za fotosintezu.
- Asimetrija kod simetričnih organizama može ukazivati na bolesti.
- Izučavanje simetrija u prirodi omogućava nam rekonstrukciju drva života. Biolozi mogu koristiti različite tjelesne simetrije i shvatiti koje su životinje s kojima povezane.

Rezultate projekta smo prezentirali na školskoj razini te na Festivalu znanosti u Rijeci u sklopu aktivnosti *Škole za škole*. Učenici su pokazali veliki interes za ovakav način povezivanja sadržaja iz STEM predmeta. Projekt je uspješno proveden uz zadovoljstvo svih sudionika te se nadamo nastavku međupredmetne suradnje.

Literatura:

I. Hafner (2012.): Rotacijska simetrija, *Matka* Vol. 21 br. 81, str. 18.-20.

T. Milanović (2010.): Preslikavanja ravnine i prostora i primjene, diplomski rad, Osijek

<http://www.botanic.hr/praktikum/morfologija/Simetrije%20cvjetova.htm>

<https://www.jardineriaon.com/hr/%C5%A1to-je-aktinomorfni-cvijet.html>

<https://edutorij-admin-api.carnet.hr/storage/extracted/704369/biologija-2/m06/j01/index.html>

<https://hr.mathigon.org/course/transformations/dilations>

<https://enciklopedija.hr/natuknica.aspx?ID=56014>